WYMAGANIA EDUKACYJNE
Z PRZEDMIOTU
MATEMATYKA

Klasa czwarta technik automatyk – rok 2024/2025

Ocenianie ma na celu:

1. Poinformowanie ucznia o poziomie jego osiągnięć edukacyjnych i postępach w tym zakresie.
2. Pomoc uczniowi w samodzielnym planowaniu własnego rozwoju.
3. Motywowanie ucznia do dalszej pracy.
4. Dostarczenie rodzicom/prawnym opiekunom i nauczycielom informacji o postępach, trudnościach i specjalnych uzdolnieniach ucznia.
5. Umożliwienie nauczycielom doskonalenia organizacji i metod pracy dydaktyczno – wychowawczej.

I. PODSTAWOWE WYMAGANIA

Uczeń ma obowiązek posiadać zeszyt przedmiotowy do matematyki oraz zalecane jest posiadanie podręcznika i zbioru zadań, który jest umieszczony w wykazie podręczników na stronie szkoły.

Uczeń na początku lekcji ma prawo zgłosić nieprzygotowanie (liczba nieprzygotowań w danym semestrze i danej klasie ustala nauczyciel uczący).

Uczeń ma obowiązek przystąpić do wszystkich sprawdzianów pisemnych. W przypadku nieobecności uczeń ma obowiązek napisać zaległy sprawdzian w terminie wyznaczonym przez nauczyciela.

II. WYMAGANIA EDUKACYJNE NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA POSZCZEGÓLNYCH SRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCH

I. CIĄGI

1	Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
2	Monotoniczność ciągów
3	Ciąg arytmetyczny
4	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
5	Ciąg geometryczny
6	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
7	Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne
8	Lokaty pieniężne i kredyty bankowe
9	Granica ciągu liczbowego
10	Obliczanie granic ciągów zbieżnych
11	Wybrane własności ciągów zbieżnych
12	Ciągi rozbieżne do nieskończoności

Wymagania na ocenę dopuszczającą
Uczeń:

- wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- zna definicję ciągu geometrycznego;
- potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych;
- potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;
- wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;
- zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
- oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji;
- rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;
- zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;
- potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);
- potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;
- zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;
- sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny.

Wymagania na ocenę dostateczną
<u>Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, a ponadto:</u>
Uczeń:

- wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy;
- potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;
- potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
- stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych;
- potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
- potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)
- potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);
- wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie;
- wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny;
- oblicza oprocentowanie lokaty;

- określa okres oszczędzania;
- bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby;
- oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych;
- oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego.

Wymagania na ocenę dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną, a ponadto:

Uczeń:

- wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym;
- wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki;
- potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;
- wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny;
- wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny;
- potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym;
- określa monotoniczność ciągu geometrycznego;
- wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny;
- potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań;
- wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny;
- potrafi rozwiązywać zadania „mieszane" dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
- potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym;
- potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;
- rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym;
- oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych;
- zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;
- zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych;
- stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną i dobrą, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu;
- potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;
- potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;
- rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego;

- potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności;
- stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu;
- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu;
- zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu;
- potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym.

Wymagania na ocenę celującą

Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, dostateczną, dobrą i bardzo dobrą, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach.

II. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

1	Podział czworokątów. Trapezoidy
2	Trapezy
3	Równoległoboki
4	Okrąg opisany na czworokącie
5	Okrąg wpisany w czworokąt
6	Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie
7	Podobieństwo. Czworokąty podobne

Wymagania na ocenę dopuszczającą

Uczeń:

- zna podział czworokątów;
- potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;
- wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
- potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;
- zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- wie, jakie własności ma romb;
- zna własności prostokąta i kwadratu;
- wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;
- zna własności deltoidu;
- rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu;

- zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań;
- potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg;
- zna i rozumie definicję podobieństwa;
- potrafi wskazać figury podobne.

Wymagania na ocenę dostateczną

Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań;
- potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu;
- korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.);
- potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów;
- umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt.

Wymagania na ocenę dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;
- potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;
- potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną i dobrą, a ponadto:

Uczeń:

- umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
- potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
- potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta;
- korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.

Wymagania na ocenę celującą

Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, dostateczną, dobrą i bardzo dobrą, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie.

III. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

1	Pole prostokąta Pole kwadratu
2	Pole równoległoboku. Pole rombu
3	Pole trapezu
4	Pole czworokąta
5	Pola figur podobnych
6	Mapa. Skala mapy

Wymagania na ocenę dopuszczającą
Uczeń:
- zna twierdzenie o polach figur podobnych;
- zna twierdzenie sinusów;
- zna twierdzenie cosinusów;
- rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;
- zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;
- potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;
- zna twierdzenie o polach figur podobnych;
- zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;
- wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań;
- potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;
- zna wzory na pole równoległoboku;
- zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;
- zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia.

Wymagania na ocenę dostateczną
<u>Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, a ponadto:</u>
Uczeń:
- potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
- potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
- potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;

- umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
- potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;
- zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.

Wymagania na ocenę dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;
- potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

Wymagania na ocenę bardzo dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną i dobrą, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;
- rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
- potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
- potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;
- potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;
- potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

Wymagania na ocenę celującą

Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, dostateczną, dobrą i bardzo dobrą, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
- potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;

- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

IV. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ

1	Granica funkcji w punkcie
2	Obliczanie granicy funkcji w punkcie
3	Granice jednostronne funkcji w punkcie
4	Granica funkcji w nieskończoności
5	Granica niewłaściwa funkcji
6	Ciągłość funkcji w punkcie
7	Ciągłość funkcji w zbiorze
8	Asymptoty wykresu funkcji
9	Pochodna funkcji w punkcie
10	Funkcja pochodna
11	Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej
12	Styczna do wykresu funkcji
13	Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji
14	Ekstrema lokalne funkcji
15	Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale
16	Zadania optymalizacyjne

Wymagania na ocenę dopuszczającą
Uczeń:
- uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu;
- zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie;
- oblicza granice funkcji w punkcie;
- zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie;
- oblicza granice funkcji w nieskończoności;
- oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie;
- oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie;
- wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji;
- wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji;
- zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie;
- korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie;

- zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji;
- zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie;
- potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów;
- zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej.

Wymagania na ocenę dostateczną

Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, a ponadto:

Uczeń:

- uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie;
- oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie;
- oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie;
- stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie;
- sprawdza ciągłość funkcji w punkcie;
- sprawdza ciągłość funkcji;
- wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji;
- stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania;
- potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze);
- potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji;
- potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej;
- potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej;
- potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym;
- potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres
- potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych.

Wymagania na ocenę dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze;
- stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym;
- zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach
- zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa);
- potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją);
- zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji;
- potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna;
- potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych;
- wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki;

- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna;
- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą
Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną i dobrą, a ponadto:
Uczeń:
- potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji;
- potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji;
  w rozwiązywaniu różnych zadań;
- potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk;
- potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji;
- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności.

Wymagania na ocenę celującą
Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, dostateczną, dobrą i bardzo dobrą, a ponadto:
Uczeń:
- rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną.

V. TRYGONOMETRIA

1	Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej – powtórzenie wiadomości z klasy 2.
2	Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych
3	Równania trygonometryczne, cz. 1
4	Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy
5	Funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta
6	Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych
7	Równania trygonometryczne, cz. 2
8	Nierówności trygonometryczne
9	Pochodne funkcji trygonometrycznych

Wymagania na ocenę dopuszczającą
Uczeń:
- zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;
- potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;
- zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30°, 45°, 60°;
- wie co to jest miara łukowa kąta;
- potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie;

- zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;
- umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach;
- potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta;
- zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
- zna wzory redukcyjne;
- potrafi naszkicować wykres funkcji y = sin x i omówić jej własności;
- potrafi naszkicować wykres funkcji y = cos x i omówić jej własności;
- potrafi naszkicować wykres funkcji y = tg x i omówić jej własności;
- potrafi naszkicować wykres funkcji y = ctg x i omówić jej własności;
- potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor);
- zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań;
- potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych;
- zna granice funkcji $\frac{\sin x}{x}$ przy x dążącym do 0;
- zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować.

Wymagania na ocenę dostateczną

<u>Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, a ponadto:</u>

Uczeń:

- potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°;
- zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
- potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
- potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta;
- potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta;
- potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;
- potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu y=ax;
- umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze a, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;
- potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
- potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
- zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;
- potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;
- potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów;
- potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);
- wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;

- potrafi rozwiązywać proste równania trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;
- oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne
- oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych.

Wymagania na ocenę dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;
- potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;
- potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;
- wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;
- potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta;
- potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej;
- potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone);
- potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne;
- potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;
- potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);
- potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;
- potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki;
- potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;
- potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;
- potrafi szkicować wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$;
- potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \times f(x)$ oraz $y = f(s \times x)$;
- potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: $y = s \times f(x)$ oraz $y = f(s \times x)$;
- potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych w których we wzorach występuje pierwiastek
- potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych;
- potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych;
- potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne;

- potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna;

Wymagania na ocenę bardzo dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną i dobrą, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;
- potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;
- potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;
- potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;
- potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;
- potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkicować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia;
- potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \times f(x)$ oraz $y = f(s \times x)$;
- potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych;
- potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta;
- potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;
- potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne w których występuje parametr;
- potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania trygonometryczne.

Wymagania na ocenę celującą

Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, dostateczną, dobrą i bardzo dobrą, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod;
- potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii;
- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.

VI. GEOMETRIA ANALITYCZNA

1	Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka

2	Kąt między niezerowymi wektorami
3	Proste w układzie współrzędnych
4	Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi
5	Pole trójkąta. Pole wielokąta
6	Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu
7	Wzajemne położenie dwóch okręgów
8	Zadania różne z geometrii analitycznej
9	Wybrane przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych
10	Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej

Wymagania na ocenę dopuszczającą

Uczeń:

- zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;
- potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora;
- potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej);
- zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej;
- potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie);
- zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;
- potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);
- potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;
- potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;
- potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;
- zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;
- potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców;
- zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);
- zna definicję równania ogólnego prostej;
- potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;
- zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;
- rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej ;
- potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;
- potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;

- potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;
- umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej;
- potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;
- zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych;
- potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne
- zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory;
- zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory;
- zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów;
- zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki;
- rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej ;
- potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;
- potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;
- umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej;
- potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;
- zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu;
- potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;
- potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;
- potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;
- wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią;
- zna pojęcie jednokładności o środku S i skali $k \neq 0$ (także w ujęciu analitycznym).

Wymagania na ocenę dostateczną

Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
- potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
- potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
- potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
- potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
- potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
- potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
- potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
- potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;

- potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
- potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
- potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory
- potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów
- potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki
- potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)
- potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
- potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;
- potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;
- potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu;

Wymagania na ocenę dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną, a ponadto:

Uczeń:

- potrafi stosować własności działań na wektorach;
  w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności;
- potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych;
- potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej;
  i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;
- potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań;
  z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;
- rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry
- rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów;
- rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole);
- stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
- dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się;
- potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą

Uczeń spełnia wymagania jak na ocenę dopuszczającą, dostateczną i dobrą, a ponadto:

Uczeń:

- sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe;
- rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;
- potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
- potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;

- potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
- potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
- potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności;
- potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną.

Wymagania na ocenę celującą

Uczeń spełnia wymagania na ocenę dopuszczającą, dostateczną, dobrą i bardzo dobrą, a ponadto:

Uczeń:

- rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;
- potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej).

Ocena śródroczna i końcoworoczna nie jest średnią arytmetyczną ocen cząstkowych.
Ocena semestralna jest wystawiana na podstawie ocen cząstkowych ze szczególnym uwzględnieniem ocen ze sprawdzianów;

Ocena roczna jest wystawiana na podstawie oceny za I semestr i ocen cząstkowych II-go semestru. Ocena roczna jest odzwierciedleniem wzrostu umiejętności i kompetencji ucznia, dlatego większy wpływ na nią mają oceny cząstkowe II-go semestru.